



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa pe școală, București, 13 februarie 2026

CLASA a V-a - Soluții și barem

Problema 1 Vârsta lui Ionel este de $\overline{2a}$ ani și vârsta mamei sale este de $\overline{a2}$ ani. În momentul în care vârsta lui Ionel este de $\overline{2b}$ ani, vârsta mamei sale este egală cu dublul vârstei acestuia. Aflați câți ani are Ionel.

Marius Burtea, G.M. 9/2025

Soluție: Diferența de vârstă dintre Ionel și mama sa este egală cu $\overline{a2} - \overline{2a} = (a \cdot 10 + 2) - (20 + a) = 9 \cdot a - 18$ 6p
Când vârsta mamei este egală cu dublul vârstei fiului, diferența de vârstă va fi egală cu vârsta lui Ionel 4, 5p
Obținem $9 \cdot a - 18 = 20 + b$, deci $(20 + b)$ se împarte exact la 9 6p
Rezultă $b = 7$ și $a = 5$, așadar Ionel are 25 de ani 6p

Observație 1. Pentru găsirea răspunsului corect și verificarea faptului că acesta respectă condițiile problemei se acordă ultimele șase puncte din barem.

Observație 2. Aflarea valorilor corecte pentru b și a prin analiza tuturor cazurilor posibile este acceptată și se va puncta corespunzător.

Problema 2 Fie numărul $N = 7^{2026} + 21^{472} \cdot 147^{777} : 27^{416}$.

- Arătați că N este pătrat perfect.
- Arătați că N se poate scrie atât ca sumă de 2 cuburi perfecte, cât și ca sumă de 3 pătrate perfecte.

Bogdan Georgescu

Soluție:

- $21^{472} \cdot 147^{777} : 27^{416} = 3^{472} \cdot 7^{472} \cdot 7^{2 \cdot 777} \cdot 3^{777} : 3^{3 \cdot 416} = 7^{2026} \cdot 3$ 4, 5p
Deci $N = 7^{2026} \cdot 4 = (7^{1013} \cdot 2)^2$ 6p
- $N = 7^{2026} \cdot 28 = (7^{675})^3 \cdot (27 + 1) = (7^{675} \cdot 3)^3 + (7^{675})^3$ 6p
Pe de altă parte, $N = (7^{1013} \cdot 2)^2 + 0^2 + 0^2$ 6p

Observație: Se va puncta corespunzător orice altă scriere a numărului N ca sumă de 2 cuburi perfecte sau de 3 pătrate perfecte (de exemplu $N = (7^{1012} \cdot 12)^2 + (7^{1012} \cdot 4)^2 + (7^{1012} \cdot 6)^2$).

Problema 3 Se consideră o tablă cu 2 linii și 1013 coloane.

- Arătați că putem pune numerele $1, 2, \dots, 2026$ în cele 2026 pătrățele ale tablei astfel încât sumele numerelor de pe fiecare coloană să fie egale.
- Putem pune cele 2026 numere în cele 2026 pătrățele astfel încât sumele numerelor aflate pe fiecare linie să fie egale?

Traian Preda

Soluție

- Așezăm numerele de la 1 la 1013, în ordine crescătoare, pe prima linie și numerele de la 1014 la 2026, în ordine descrescătoare, pe cea de-a doua linie. Astfel, suma numerelor pe fiecare coloană va fi egală cu 2027 **10p**
- Presupunem că se poate. Atunci suma numerelor de pe prima linie ar fi egală cu suma numerelor de pe a doua linie, de unde rezultă că suma tuturor celor 2026 numere ar fi egală cu suma celor două sume, deci cu un număr par. Cum $1 + 2 + 3 + \dots + 2026 = \frac{2026 \cdot 2027}{2} = 1013 \cdot 2027$, număr impar, obținem o contradicție!
În consecință, nu există nicio așezare a celor 2026 numere care să respecte condițiile cerute **12, 5p**

Problema 4

- Determinați numerele $\overline{abc}$ astfel încât $\overline{ab}$ și $\overline{ca} - 1$ să fie pătrate perfecte.
- Determinați numerele $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\overline{abcd} = 8 \cdot \overline{ab}^2 + \overline{cd}^2$.

Cristian Olteanu

Soluție:

- Pătrate perfecte de două cifre sunt 16, 25, 36, 49, 64 și 81. Căutăm pătrate perfecte de forma $\overline{c0}, \overline{c1}, \overline{c2}, \overline{c3}, \overline{c5}, \overline{c7}$, de unde obținem $\overline{abc} = 258$ sau 642 **10p**
- $\overline{abcd} = 8 \cdot \overline{ab}^2 + \overline{cd}^2$ se poate rescrie $\overline{ab} \cdot (100 - 8 \cdot \overline{ab}) = \overline{cd} \cdot (\overline{cd} - 1)$ **6p**
De aici obținem $\overline{ab} \leq 12$ și analizăm următoarele cazuri:
I. $\overline{ab} = 10$ care implică $200 = \overline{cd} \cdot (\overline{cd} - 1)$, fără soluție.
II. $\overline{ab} = 11$ care implică $132 = \overline{cd} \cdot (\overline{cd} - 1)$, de unde $\overline{cd} = 12$.
III. $\overline{ab} = 12$ care implică $48 = \overline{cd} \cdot (\overline{cd} - 1)$, fără soluție.
Prin urmare, $\overline{abcd} = 1112$ **6, 5p**

NOTĂ La punctajul obținut se adaugă cele 10 puncte din oficiu.

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA PE ȘCOALĂ, 13.02.2026
CLASA a VI – a

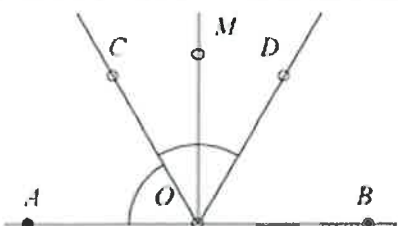
SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 22,5 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Problema 1 (autor ***)

Fie punctele coliniare A, O, B (în această ordine) și semidreptele OC, OD în același semiplan, iar punctul C este situat în interiorul unghiului AOD . $\sphericalangle AOC = x^\circ$, $\sphericalangle COD = y^\circ$ și $\sphericalangle DOB = z^\circ$, unde $x, y, z \in \mathbb{N}^*$. Știind că (x, y, z) sunt direct proporționale cu $(y + z, z + x, x + y)$,

- Arătați că $x = y = z$.
- Demonstrați că semidreapta OC este bisectoarea unghiului AOD .
- Demonstrați că bisectoarea unghiului COD este perpendiculară pe dreapta AB .

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) Din $\frac{x}{y+z} = \frac{y}{z+x} = \frac{z}{x+y} = \frac{x+y+z}{2 \cdot (x+y+z)} = \frac{1}{2}$ obținem $2x = y+z, 2y = z+x$ și $2z = x+y$.	7p
Presupunem $x \leq y \leq z$, celelalte cazuri se tratează analog, cum $2z = x+y$, cum $x \leq z$ și $y \leq z$, putem avea egalitatea doar dacă $x = y = z$. <i>Soluție alternativă:</i> scăzând primele două relații obținem $2(x-y) = y-x$, deci $x = y$, de unde $x = y = z$. <i>Soluție alternativă:</i> $x + y + z = 180^\circ$, deci $3x = 180^\circ \Leftrightarrow x = 60^\circ$, analog $y = 60^\circ, z = 60^\circ$.	5,5p
 b) Cum $\sphericalangle AOC = \sphericalangle COD = \sphericalangle DOB = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$, deducem că OC este bisectoarea unghiului AOD.	5p

c) Fie OM bisectoarea unghiului COD , avem $\angle COM = 30^\circ$, deci $\angle AOM = \angle AOC + \angle COM = 90^\circ$, în concluzie $OM \perp AB$.	5p
--	-----------

Problema 2 (autor Sever Pop, Baia Mare, G.M 9)

Determinați numerele naturale n și x care verifică relația $10^n + 189 = x^2$.

Detalii rezolvare	Barem asociat
Pentru $n = 0$ și $n = 1$ nu avem soluții, iar pentru $n = 2$ obținem $x = 17$.	7p
Presupunem că $n \geq 3$, atunci $10^n : 8$, iar 189 este de forma $M_8 + 5$, deci membrul stâng este de forma $M_8 + 5$	6,5p
Cum, pentru $n \in \mathbb{N}^*$, x trebuie să fie număr impar, deducem că x^2 este de forma $M_8 + 1$	6p
Deducem că pentru $n \geq 3$ nu avem soluții, deci singura soluție este $n = 2$ și $x = 17$.	3p

Problema 3 (autor ***)

Fie numerele naturale nenule a și b , astfel încât $[a^2, b] + [a, b^2] = (5a + 12b) \cdot (a, b)$.

Arătați că 7 divide $(a + b)$.

(Am notat cu (x, y) cel mai mare divizor comun al numerelor naturale x și y și cu $[x, y]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale x și y)

Detalii rezolvare	Barem asociat
Din cauza unei erori în enunț, la această problemă se acordă punctajul maxim.	22,5p

Problema 4 (autor ***)

- a) Câte submulțimi nevide are o mulțime cu 10 elemente ?
b) Demonstrați că din orice mulțime de zece numere naturale distincte de două cifre (scrise în baza zece), se pot alege două submulțimi disjuncte ale căror elemente au aceeași sumă.

Detalii rezolvare	Barem asociat
a) Există $2^{10} - 1$ submulțimi nevide ale unui mulțimi cu 10 elemente	6,5p
b) Există $2^{10} - 2 = 1022$ submulțimi distincte (nevide și care nu includ întreaga mulțime) ale mulțimii de 10 numere de două cifre.	3p
Suma elementelor oricărei submulțimi trebuie să fie cuprinsă între 10 și $90 + 91 + 92 + \dots + 99 < 10 \cdot 100 = 1000$. Deci numărul sumelor distincte este mai mic decât 1000.	5p
Deoarece $1000 < 1022$, din principiul cutiei obținem că există două submulțimi distincte ale căror elemente au aceeași sumă.	5p
Fie aceste mulțimi A și B și fie $A' = A \setminus (A \cap B)$ și $B' = B \setminus (A \cap B)$, atunci submulțimile A' și B' verifică proprietățile din enunț.	3p



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa pe școală, București, 13 februarie 2026

CLASA a VII-a - Soluții și barem

Problema 1

- a) Arătați că numărul $N = \sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 49}$ este număr natural.
- b) Pentru câte numere naturale $\overline{abc}$, de trei cifre, numărul $\sqrt{\overline{abc} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + \overline{abc})}$ este rațional?

Soluție:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + 49 = \frac{49 \cdot 50}{2} = 35^2$, deci $N = 35 \in \mathbb{N}$ **10p**

b) $\sqrt{\overline{abc} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + \overline{abc})} \in \mathbb{Q}$ dacă și numai dacă $\overline{abc} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + \overline{abc})$ este pătrat perfect **2, 5p**

$1 + 2 + 3 + \dots + \overline{abc} = \frac{\overline{abc} \cdot (\overline{abc} + 1)}{2}$, care implică $\overline{abc}^2 \cdot \frac{\overline{abc} + 1}{2}$ pătrat perfect, deci $\frac{\overline{abc} + 1}{2}$ pătrat perfect. Obținem $\overline{abc} = 2k^2 - 1$, unde $k \in \{8, 9, \dots, 22\}$, în total 15 numere **10p**

Problema 2

- a) Aflați $x \in \mathbb{Q}$ știind că $(2x + 5) \cdot \sqrt{32} + (1 - 5x) \cdot \sqrt{128}$ este număr rațional.
- b) Fie $a, b \in \mathbb{N}^*$. Arătați că, dacă $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{N}$, atunci a și b sunt pătrate perfecte.
- c) Aflați numerele naturale $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\sqrt{\overline{abcd} - 1} + \sqrt{\overline{abcd} + 183} \in \mathbb{N}$.

Soluție:

a) $(2x + 5) \cdot \sqrt{32} + (1 - 5x) \cdot \sqrt{128} = 8x\sqrt{2} + 20\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 40x\sqrt{2} = 28\sqrt{2} - 32x\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (28 - 32x)$ **5p**

Cum $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ și $28 - 32x \in \mathbb{Q}$, rezultă că $28 - 32x = 0$, de unde $x = \frac{7}{8}$ **5p**

b) Fie $\sqrt{a} + \sqrt{b} = q, q \in \mathbb{N}^*$. Atunci $\sqrt{a} = q - \sqrt{b}$, de unde obținem, prin ridicare la pătrat, că $a = q^2 + b - 2q\sqrt{b}$, care implică $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$. Atunci $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$, deci a, b pătrate perfecte **5p**

- c) Folosind b), avem $\overline{abcd} - 1 = m^2, m > 31$, și $\overline{abcd} + 183 = n^2, n < 101$, cu $m, n \in \mathbb{N}$ **2, 5p**
 Obținem $n^2 - m^2 = (n - m)(n + m) = 184$ **2, 5p**
 După analiza tuturor cazurilor posibile, găsim soluția $\overline{abcd} = 2026$ **2, 5p**

Problema 3 Fie triunghiul ascuțitunghic ABC și $AD \perp BC, D \in BC$. În exteriorul triunghiului ABC construim pătratul $BCEF$. Știm că $(AE$ este bisectoarea unghiului $\angle DAC$. Aflați măsura unghiului $\angle BAE$.

Raluca Ciurcea, supliment G.M. 10/2025

Soluție: $AD \perp BC$ și $CE \perp BC$ implică $AD \parallel CE$ **2, 5p**
 Atunci $\angle CAE = \angle EAD = \angle AEC$, deci $\triangle ACE$ isoscel, de unde $AC = CE$ **5p**
 Cum $CE = BC$, rezultă că $AC = BC$, deci triunghiul ABC este isoscel **5p**
 Notăm $x = \angle DAE = \angle EAC$. Atunci, din $\triangle DAC$, obținem $\angle ACD = 90^\circ - 2x$ (1) **2, 5p**
 Iar din triunghiul isoscel ABC rezultă $\angle BAC = \frac{180^\circ - \angle ACB}{2} = 45^\circ + x$ (2) **5p**
 Din (1) și (2) obținem $\angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 45^\circ - x + x = 45^\circ$ **2, 5p**

Problema 4 Fie $ABCD$ un paralelogram și $\{O\} = AC \cap BD$. Notăm cu I_1 și I_2 centrele cercurilor înscrise în triunghiurile AOB , respectiv COD , și cu G_1 și G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor BOC , respectiv AOD . Demonstrați că:

- AI_1CI_2 este paralelogram.
- $I_1G_1I_2G_2$ este paralelogram.
- Dacă $I_1G_1I_2G_2$ este romb, atunci $ABCD$ este dreptunghi.

Traian Preda

Soluție:

- I_1, O, I_2 sunt coliniare (fiind pe biseptoarele a două unghiuri opuse la vârf) .. **2, 5p**
 $\angle I_1AO \equiv \angle I_2CO$ (AI_1, CI_2 fiind biseptoarele unor unghiuri congruente), de unde rezultă $\triangle AOI_1 \equiv \triangle COI_2$ (U.L.U.) **2, 5p**
 Obținem $OI_1 = OI_2$ și cum $AO = OC$ rezultă AI_1CI_2 paralelogram **2, 5p**
- Fie M și N mijloacele laturilor BC , respectiv AD . Atunci $MN \parallel AB, MN = AB$ și $O \in MN, MO = ON$ **2, 5p**
 Deci G_1, O, G_2 coliniare și $OG_1 = OG_2 = \frac{1}{3}OM = \frac{1}{6}AB$. Dar $OI_1 = OI_2$, așadar $I_1G_1I_2G_2$ paralelogram **5p**

- c) $I_1G_1I_2G_2$ romb implică $I_1I_2 \perp G_1G_2$, deci $OI_1 \perp OG_1$. Cum $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt suplementare, bisectoarele lor sunt perpendiculare, de unde rezultă că OG_1 este bisectoarea $\sphericalangle BOC$ **5p**
 Însă OG_1 este și mediană, așadar $\triangle BOC$ este isoscel. Atunci $OB = OC$, deci $BD = AC$, care implică $ABCD$ dreptunghi **2, 5p**

NOTĂ: La punctajul obținut se adaugă cele 10 puncte din oficiu.



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA PE ȘCOALĂ, 13.02.2026
CLASA a VIII-a

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 22,5 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului.

Problema 1 (autor Bănescu Magdalena)

a) Arătați că pentru orice numere reale strict pozitive și orice $n \in \mathbb{N}^*$ are loc

inegalitatea: $\frac{1+a^{4n+2}}{b} + \frac{1+b^{4n+2}}{a} \geq 4(ab)^n$.

b) Aflați numerele reale, strict pozitive, a și b pentru care are loc egalitatea:

$$\frac{1+a^{2026}}{b} + \frac{1+b^{2026}}{a} = 4(ab)^{506}.$$

Detalii rezolvare	Barem asociat
$\frac{1+a^{4n+2}}{b} + \frac{1+b^{4n+2}}{a} = \left(\frac{1}{b} + \frac{b^{4n+2}}{a}\right) + \left(\frac{1}{a} + \frac{a^{4n+2}}{b}\right)$	5p
Aplicăm inegalitatea mediilor pentru fiecare paranteză și obținem: $\left(\frac{1}{b} + \frac{b^{4n+2}}{a}\right) + \left(\frac{1}{a} + \frac{a^{4n+2}}{b}\right) \geq 2\left(\sqrt{\frac{b^{4n+1}}{a}} + \sqrt{\frac{a^{4n+1}}{b}}\right)$	5p
$\sqrt{\frac{b^{4n+1}}{a}} \cdot \sqrt{\frac{a^{4n+1}}{b}} = \sqrt{a^{4n} \cdot b^{4n}} = a^{2n} \cdot b^{2n}$	4p
Finalizare $\frac{1+a^{4n+2}}{b} + \frac{1+b^{4n+2}}{a} \geq 4(ab)^n$.	3p
Folosim a) pentru $n = 506$ și obținem egalitatea: $\begin{cases} b^{2027} = a \\ a^{2027} = b \end{cases} \Rightarrow b^{2027^2} = b$	4p
Justificare $b=1 \Rightarrow a=1$.	1,5p

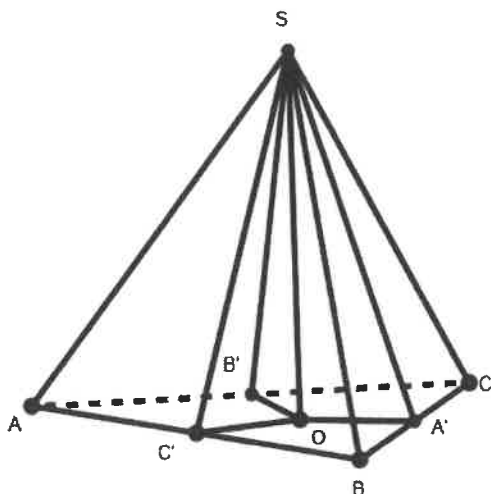
Problema 2 (autor Liliana Niculescu, G.M. 9/2025, supliment)
Aflați perechile de numere întregi pentru care este verificată relația $x(x+1) = y(y+7)$.

Detalii rezolvare	Barem asociat
$x^2 + x = y^2 + 7y \mid \cdot 4$ $4x^2 + 4x = 4y^2 + 28y$	2p
$4x^2 + 4x + 1 = 4y^2 + 28y + 49 - 48$ $(2x+1)^2 = (2y+7)^2 - 48$ $(2y+7)^2 - (2x+1)^2 = 48$	2p
$(2y+7-2x-1)(2y+7+2x+1) = 48$ $(2y-2x+6)(2y+2x+8) = 48$ $4(y-x+3)(y+x+4) = 12$	5p
$y-x+3, y+x+4$ au parități diferite. $\begin{cases} y-x+3=a \\ y+x+4=b \end{cases} \quad a \cdot b = 12, a, b \text{ de parități diferite.}$ $2y+7 = a+b \Rightarrow y = \frac{a+b-7}{2}, x = \frac{b-a-1}{2}$	4,5p
$(a, b) \in \{(-12, -1), (-1, -12), (-4, -3), (-3, -4), (12, 1), (1, 12), (4, 3), (3, 4)\}$	2p
$(x, y) = \{(5, -10), (-6, -10), (0, -7), (-1, -7), (-6, 3), (5, 3), (-1, 0), (0, 0)\}$	7p

Problema 3 (autor Livia Harabagiu)

În piramida triunghiulară $SABC$, fie A', B', C' proiecțiile vârfului piramidei pe laturile BC, AC , respectiv AB ale triunghiului ABC . Se știe că $SA' \equiv SB' \equiv SC'$.

- Arătați că dreptele AA', BB', CC' sunt concurente.
- Fie O piciorul perpendicularei duse din S pe planul (ABC) , O în interiorul triunghiului ABC . Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC , arătați că piramida $SABC$ este regulată.



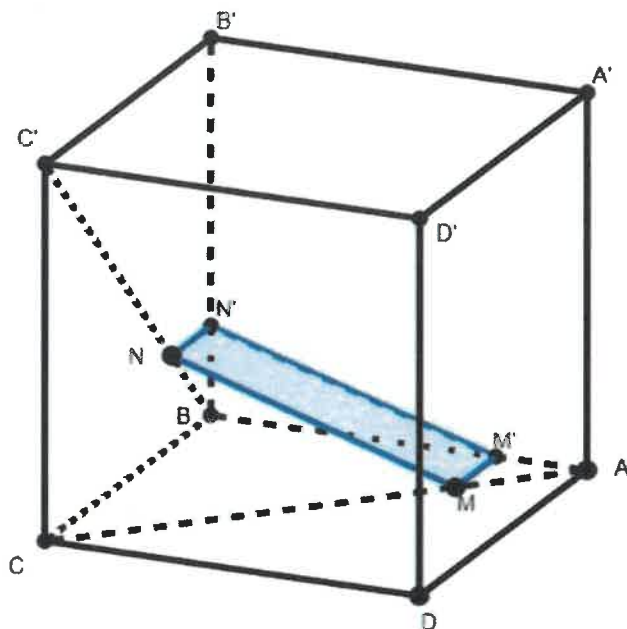
Detalii rezolvare	Barem asociat
a) Fie $\left. \begin{array}{l} SI \perp (ABC), I \in (ABC) \\ SA' \perp BC \\ IA', BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \xRightarrow{R_1 T_3 \perp} IA' \perp BC.$ Analog, $IB' \perp AC, IC' \perp AB$ (1) $\left. \begin{array}{l} SI \perp (ABC) \\ IA', IB', IC' \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SI \perp IA', SI \perp IB', SI \perp IC'$	3p
Comparăm $\triangle SIA'$ cu $\triangle SIB'$ și cu $\triangle SIC'$ și conform cazului I.C. $\Rightarrow \triangle SIA' \equiv \triangle SIB' \equiv \triangle SIC' \Rightarrow IA' \equiv IB' \equiv IC'$ (2)	3p
Din (1) și (2) $\Rightarrow d(I; AB) = d(I; BC) = d(I; AC)$ rezultă I este centrul cercului înscris $\triangle ABC \Rightarrow A'B \equiv C'B, A'C \equiv B'C, AC' \equiv AB'$ $\Rightarrow \frac{A'B}{A'C} \cdot \frac{B'C}{B'A} \cdot \frac{C'A}{C'B} \stackrel{R.T. Ceva}{=} 1 \Rightarrow AA', BB', CC'$ sunt concurente.	6p
$\left. \begin{array}{l} Din(a) \Rightarrow O = I \\ b) \quad O \text{ centrul cercului înscris în } \triangle ABC \\ O \text{ centrul cercului circumscris } \triangle ABC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ este echilateral. (3)}$	3p
A', B', C' mijloacele laturilor BC, AC, AB.	3p
SC' mediană și înălțime în $\triangle SAB \Rightarrow \triangle SAB$ isoscel cu baza $AB \Rightarrow SA \equiv SB$ (4). SA' mediană și înălțime în $\triangle SBC \Rightarrow \triangle SBC$ isoscel cu baza $BC \Rightarrow SB \equiv SC$ (5). Din (4) și (5) $\Rightarrow SA \equiv SB \equiv SC$ (6).	2,5p
Din (3) și (6) $\Rightarrow SABC$ este piramidă triunghiulară regulată.	2p

Problema 4 (autor Traian Preda)

Fie $ABCA'B'C'D'$ un cub și punctele $M \in (AC), N \in (BC')$ astfel încât

$$\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BC'} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

- Demonstrați că $MN \parallel (ABB')$.
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele MN și AA' .
- Determinați măsura unghiului dintre dreptele MN și CD' .



Detalii rezolvare	Barem asociat
a) Alegem $M' \in (AB)$ și $N' \in (BB')$ astfel încât $MM' \parallel BC$ și $NN' \parallel B'C'$.	1p
Din T.F.A. obținem $\frac{MM'}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BC'} = \frac{NN'}{BC'} \Rightarrow MM' \equiv NN'$,	2p
Dar $MM' \parallel NN' \Rightarrow MNN'M'$ paralelogram $\Rightarrow$	2p
$MN \parallel M'N'$, dar $M'N' \subset (ABB') \Rightarrow MN \parallel (ABB')$.	3p
b) Notăm $AB = l \Rightarrow BN' = \frac{(\sqrt{3}-1)l}{2}$	2p
$BN' = AM' \Rightarrow M'B = l - \frac{\sqrt{3}-1}{2}l = \frac{3-\sqrt{3}}{2}l$	2p

$MN \parallel MN', AA' \parallel BB' \Rightarrow \sphericalangle(MN, AA') = \sphericalangle(M'N', BB') = \sphericalangle BN'M'$	2p
$\operatorname{tg} \sphericalangle BN'M' = \frac{M'B}{N'B} = \frac{3 - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} \Rightarrow$	2p
$\sphericalangle BN'M' = 60^\circ.$	2p
c) $MN \parallel MN', CD' \parallel BA' \Rightarrow$ $\sphericalangle(MN, CD') = \sphericalangle(M'N', A'B) = \sphericalangle BPN'$ Unde am notat cu P intersecția dreptelor $M'N'$ și $A'B$.	2,5p
Întrucât $\sphericalangle PN'B = 60^\circ, \sphericalangle PBN' = 45^\circ \Rightarrow$ $\sphericalangle BPN' = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ.$	2p