



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA PE ȘCOALĂ, 13.02.2026**

CLASA a VIII-a

SUBIECTE

Problema 1

- a) Arătați că pentru orice numere reale strict pozitive și orice $n \in \mathbb{N}^*$, are loc

inegalitatea:
$$\frac{1+a^{4n+2}}{b} + \frac{1+b^{4n+2}}{a} \geq 4(ab)^n.$$

- b) Aflați numerele reale, strict pozitive, a și b pentru care are loc egalitatea:

$$\frac{1+a^{2026}}{b} + \frac{1+b^{2026}}{a} = 4(ab)^{506}.$$

Problema 2

Aflați perechile de numere întregi pentru care este verificată relația $x(x+1) = y(y+7)$.

Gazeta Matematică

Problema 3

În piramida triunghiulară $SABC$, fie A', B', C' proiecțiile vârfului piramidei pe laturile BC, AC , respectiv AB ale triunghiului ABC . Se știe că $SA' \equiv SB' \equiv SC'$.

- a) Arătați că dreptele AA', BB', CC' sunt concurente.
b) Fie O piciorul perpendicularei duse din S pe planul (ABC) , O în interiorul triunghiului ABC . Dacă O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC , arătați că piramida $SABC$ este regulată.

Problema 4

Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub și punctele $M \in (AC), N \in (BC')$ astfel încât

$$\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BC'} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}.$$

- a) Demonstrați că $MN \parallel (ABB')$.
b) Determinați măsura unghiului dintre dreptele MN și AA' .
c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele MN și CD' .

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.

10 puncte din oficiu.



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa pe școală, București, 13 februarie 2026

CLASA a VII-a

SUBIECTE

Problema 1

- a) Arătați că numărul $N = \sqrt{1 + 2 + 3 + \dots + 49}$ este număr natural.
- b) Pentru câte numere naturale $\overline{abc}$, de trei cifre, numărul $\sqrt{\overline{abc} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + \overline{abc})}$ este rațional?

Problema 2

- a) Aflați $x \in \mathbb{Q}$ știind că $(2x + 5) \cdot \sqrt{32} + (1 - 5x) \cdot \sqrt{128}$ este număr rațional.
- b) Fie $a, b \in \mathbb{N}^*$. Arătați că, dacă $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{N}$, atunci a și b sunt pătrate perfecte.
- c) Aflați numerele naturale $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\sqrt{\overline{abcd} - 1} + \sqrt{\overline{abcd} + 183} \in \mathbb{N}$.

Problema 3 Fie triunghiul ascuțitunghic ABC și $AD \perp BC, D \in BC$. În exteriorul triunghiului ABC construim pătratul $BCEF$. Știm că $(AE$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle DAC$. Aflați măsura unghiului $\sphericalangle BAE$.

Gazeta Matematică

Problema 4 Fie $ABCD$ un paralelogram și $\{O\} = AC \cap BD$. Notăm cu I_1 și I_2 centrele cercurilor înscrise în triunghiurile AOB , respectiv COD , și cu G_1 și G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor BOC , respectiv AOD . Demonstrați că:

- a) AI_1CI_2 este paralelogram.
- b) $I_1G_1I_2G_2$ este paralelogram.
- c) Dacă $I_1G_1I_2G_2$ este romb, atunci $ABCD$ este dreptunghi.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte

10 puncte din oficiu



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA PE ȘCOALĂ, 13.02.2026**

CLASA a VI – a

SUBIECTE

Problema 1

Fie punctele coliniare A, O, B (în această ordine) și semidreptele OC, OD în același semiplan, iar punctul C este situat în interiorul unghiului AOD . $\sphericalangle AOC = x^\circ$, $\sphericalangle COD = y^\circ$ și $\sphericalangle DOB = z^\circ$, unde $x, y, z \in \mathbb{N}^*$. Știind că (x, y, z) sunt direct proporționale cu $(y + z, z + x, x + y)$,

- Arătați că $x = y = z$.
- Demonstrați că semidreapta OC este bisectoarea unghiului AOD .
- Demonstrați că bisectoarea unghiului COD este perpendiculară pe dreapta AB .

Problema 2

Determinați numerele naturale n și x care verifică relația $10^n + 189 = x^2$.

Gazeta matematică

Problema 3

Fie numerele naturale nenule a și b , astfel încât $[a^2, b] + [a, b^2] = (5a + 12b) \cdot (a, b)$.

Arătați că 7 divide $(a + b)$.

(Am notat cu (x, y) cel mai mare divizor comun al numerelor naturale x și y și cu $[x, y]$ cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale x și y)

Problema 4

- Câte submulțimi nevide are o mulțime cu 10 elemente?
- Demonstrați că din orice mulțime de zece numere naturale distincte de două cifre (scrise în baza zece), se pot alege două submulțimi disjuncte ale căror elemente au aceeași sumă.

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte.

10 puncte din oficiu.



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa pe școală, București, 13 februarie 2026

CLASA a V-a

SUBIECTE

Problema 1 Vârsta lui Ionel este de $\overline{2a}$ ani și vârsta mamei sale este de $\overline{a2}$ ani. În momentul în care vârsta lui Ionel este de $\overline{2b}$ ani, vârsta mamei sale este egală cu dublul vârstei acestuia. Aflați câți ani are Ionel.

Gazeta Matematică

Problema 2 Fie numărul $N = 7^{2026} + 21^{472} \cdot 147^{777} : 27^{416}$.

- a) Arătați că N este pătrat perfect.
- b) Arătați că N se poate scrie atât ca sumă de 2 cuburi perfecte, cât și ca sumă de 3 pătrate perfecte.

Problema 3 Se consideră o tablă cu 2 linii și 1013 coloane.

- a) Arătați că putem pune numerele $1, 2, \dots, 2026$ în cele 2026 pătrățele ale tablei astfel încât sumele numerelor de pe fiecare coloană să fie egale.
- b) Putem pune cele 2026 numere în cele 2026 pătrățele astfel încât sumele numerelor aflate pe fiecare linie să fie egale?

Problema 4

- a) Determinați numerele $\overline{abc}$ astfel încât $\overline{ab}$ și $\overline{ca} - 1$ să fie pătrate perfecte.
- b) Determinați numerele $\overline{abcd}$ cu proprietatea că $\overline{abcd} = 8 \cdot \overline{ab}^2 + \overline{cd}^2$.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 22,5 puncte

10 puncte din oficiu